



**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
**(ФГБОУ ВО «ИГУ»)**



Утверждаю

Профессор по учебной работе

А.И. Вокин

2024 г.

**ПРОГРАММА**  
**вступительного испытания для поступающих на обучение по программам**  
**подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре**

**Научная специальность: 2.3.1 Системный анализ, управление и обработка информации, статистика**

**Иркутск 2024**

# 1. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

## РАЗДЕЛ 1. ОСНОВЫ СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА И ТЕОРИИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

**ТЕМА 1.1. Системы и закономерности их функционирования и развития.** Понятие системы. Система и среда. Понятия, характеризующие строение, функционирование и развитие системы. Виды и формы представления структур: сетевая, иерархическая, матричная, с произвольными связями. Классификация и закономерности систем. Закономерности целеобразования.

**ТЕМА 1.2. Методы и модели теории систем и системного анализа.** Классификация методов моделирования систем. Классификация моделей систем. Методы формализованного представления систем: аналитические и статистические методы; методы дискретной математики и математической логики; теоретико-множественные представления; лингвистические и семиотические представления, графические методы. Методы выработки коллективных решений. Методы структуризации. Методы экспертных оценок.

**ТЕМА 1.3. Математическая модель операции.** Понятия операции, оперирующей стороны, стратегии и множества стратегий. Неконтролируемые факторы и их классификация. Оценка эффективности стратегий. Гарантирующие стратегии и принцип наилучшего гарантирующего результата.

**ТЕМА 1.4. Элементы математического программирования.** Постановка задачи математического программирования. Локальные и глобальные экстремумы. Супремум и инфимум. Сходимость в экстремальных задачах. Отрезок, луч, прямая в конечномерных евклидовых пространствах. Выпуклые множества и функции. Критерии выпуклости непрерывно дифференцируемых и дважды непрерывно дифференцируемых функций. Экстремальные свойства выпуклых и вогнутых функций. Аналитические методы исследования задач на безусловный и условный экстремум. Правило множителей Лагранжа в задачах с ограничениями типа равенств и неравенств. Постановка и классификация задач линейного программирования. Экстремальные свойства линейных функций. Угловые точки и базисные планы. Симплекс-метод решения задач линейного программирования. Двойственность в линейном программировании. Понятие о численных методах решения задач нелинейного программирования. Градиентные методы и обучение нейросетей. Методы Ньютона, условного градиента, проекции градиента, штрафных и барьерных функций. Дискретное программирование: метод Гомори; метод ветвей и границ; сетевое планирование.

**ТЕМА 1.5. Принятие решений в условиях неопределенности.** Антагонистические игры. Седловые точки и наилучшие гарантированные результаты. Понятия матричной игры и смешанного расширения матричной игры. Матричные игры и линейное программирование. Бескоалиционные игры. Равновесие по Нэшу. Поиск равновесных ситуаций в биматричных

играх. Многокритериальные задачи. Множество оценок (достижимости) и идеальная точка. Понятия оптимальности по Парето, Слейтеру, их взаимосвязь. Свертки критериев.

## **РАЗДЕЛ 2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ.**

### **ТЕМА 2.1. Динамические системы и обыкновенные дифференциальные уравнения.**

Линейные дифференциальные уравнения. Задача Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Существование и единственность решений. Системы линейных дифференциальных уравнений: формы записи, принцип суперпозиции, фундаментальная система решений, структура общего решения, фундаментальная матрица. Решение систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Устойчивость систем линейных дифференциальных уравнений. Численные методы решения дифференциальных уравнений: понятия аппроксимации, сходимости и устойчивости. Методы Эйлера, Рунге – Кутты и Адамса.

### **ТЕМА 2.2. Оптимальное управление.** Общая постановка задачи оптимального управления.

Классификация задач оптимального управления. Принцип максимума Л. С. Понтрягина: формулировки для основной (простейшей) задачи оптимального управления и для задач с дополнительными функциональными ограничениями. Достаточность принципа максимума в линейно-выпуклых задачах оптимального управления. Градиент целевого функционала в основной задаче оптимального управления. Динамическое программирование: принцип оптимальности, функции и уравнения Беллмана для нелинейных систем с непрерывным временем. Разностная аппроксимация задачи оптимального управления: функция, уравнение и вычислительная схема Беллмана. Оптимальное управление и вариационное исчисление.

### **ТЕМА 2.3. Управляемость и наблюдаемость динамических систем.** Управляемость

линейных стационарных систем: определение управляемости, критерий управляемости. Наблюдаемость линейных стационарных систем: определение наблюдаемости, критерий наблюдаемости. Принцип двойственности управляемости и наблюдаемости.

## **РАЗДЕЛ 3. ОСНОВЫ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ И СТАТИСТИКИ.**

### **ТЕМА 3.1. Элементы теории вероятностей и случайных процессов.** Схема независимых

испытаний, формула Бернулли. Случайные величины: основные понятия, функция и плотность распределения, числовые характеристики и их свойства. Основные законы распределения дискретных и непрерывных случайных величин: биномиальный, Пуассона, равномерный, показательный и нормальный. Распределение функций нормальных случайных величин: Пирсона, Стьюдента, Фишера – Снедекора. Предельные теоремы теории вероятностей: закон больших чисел (теоремы Чебышева и Бернулли), центральная предельная теорема. Случайные процессы: классификация и основные характеристики, спектральное разложение, спектральная плотность. Стационарный белый шум. Марковский случайный процесс, цепь Маркова.

**ТЕМА 3.2. Обработка статистических данных.** Виды и способы получения статистической информации. Сводка и группировка статистических данных. Обобщающие статистические показатели. Анализ вариационных рядов. Статистическое изучение корреляционных взаимосвязей. Проверка статистических гипотез. Метод наименьших квадратов.

## **2. РЕКОМЕНДУЕМЫЕ ЛИТЕРАТУРА И ИСТОЧНИКИ**

### **Основная литература**

1. Волкова В. Н. Теория систем и системный анализ : учебник для вузов / В. Н. Волкова, А. А. Денисов. – 3-е изд. – Москва : Издательство Юрайт, 2024. – 562 с. – Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/535470> (дата обращения: 07.02.2024).
2. Исследование операций в экономике : учебник для вузов / под редакцией Н. Ш. Кремера. – 3-е изд., перераб. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2024. – 414 с. – Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/535489> (дата обращения: 07.02.2024).
3. Ким Д. П. Теория автоматического управления : учебник и практикум для вузов / Д. П. Ким. – Москва : Издательство Юрайт, 2024. – 276 с. – Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/536474> (дата обращения: 07.02.2024).
4. Королев А. В. Дифференциальные и разностные уравнения : учебник и практикум для вузов / А. В. Королев. – Москва : Издательство Юрайт, 2024. – 280 с. – Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/537155> (дата обращения: 07.02.2024).
5. Кремер Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. – 5-е изд., перераб. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2024. – 538 с. – Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/541918> (дата обращения: 07.02.2024).
6. Лукьяненко И. С. Статистика : учебное пособие для вузов / И. С. Лукьяненко, Т. К. Ивашковская. – 3-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 200 с. –Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/195509> (дата обращения: 07.02.2024).

7. Методы оптимизации : учебник и практикум для вузов / Ф. П. Васильев, М. М. Потапов, Б. А. Будак, Л. А. Артемьева; под редакцией Ф. П. Васильева. – Москва : Издательство Юрайт, 2024. – 375 с. – Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/536292> (дата обращения: 07.02.2024).
8. Сухарев А. Г. Методы оптимизации: учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / А. Г. Сухарев, А. В. Тимохов, В. В. Федоров. – 3-е изд., испр. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2022. – 367 с. – Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/507818> (дата обращения: 07.02.2024).
9. Тропин М. П. Основы математической обработки информации : учебное пособие для вузов / М. П. Тропин. – Москва : Издательство Юрайт, 2024. – 185 с. – Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/544136> (дата обращения: 07.02.2024).

### **Дополнительная литература**

1. Аргучинцев А. В. Введение в математические и компьютерные методы управления проектами / А. В. Аргучинцев, Н. Н. Шеломенцева. – Иркутск : Изд-во Иркут. ун-та, 2024. – 90 с.
2. Демидович Б. П. Дифференциальные уравнения : учебное пособие для вузов / Б. П. Демидович, В. П. Моденов. – 6-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 280 с. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/195426> (дата обращения: 07.02.2024).
3. Егоров А. И. Основы теории управления / А. И. Егоров. – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 504 с.
4. Колбин В. В. Методы принятия решений: учебное пособие / В. В. Колбин. – Санкт-Петербург : Лань, 2021. – 644 с. – Текст: электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – <https://e.lanbook.com/book/167176> (дата обращения: 07.02.2024).
5. Подиновский В. В. Многокритериальные задачи принятия решений: теория и методы анализа : учебник для вузов / В. В. Подиновский. – Москва : Издательство Юрайт, 2024. – 486 с. – URL: <https://urait.ru/bcode/544714> (дата обращения: 07.02.2024).
6. Срочко В. А. Численные методы. Курс лекций : учебное пособие / В. А. Срочко. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 208 с. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210359> (дата обращения: 07.02.2024).

### **3. ФОРМА ПРОВЕДЕНИЯ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ**

Экзамен проводится в устно-письменной форме. Продолжительность вступительного испытания составляет не более 90 минут. Критерии оценивания: «неудовлетворительно», «удовлетворительно», «хорошо», «отлично». Минимальный проходной балл, подтверждающий успешное прохождение вступительных испытаний: оценка «удовлетворительно».

### **4. ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ**

- 1) Основные понятия, характеризующие строение, функционирование и развитие системы.
- 2) Сетевая, иерархическая и матричная формы представления структуры системы. Рекомендации по их применению. Разновидности иерархических структур и их особенности.
- 3) Основные методы моделирования систем. Классификация моделей систем. Понятие имитационной модели.
- 4) Основные методы формализованного представления систем.
- 5) Основные методы выработки коллективных решений.
- 6) Определения операции, оперирующей стороны, стратегии и множества стратегий. Неконтролируемые факторы и их классификация.
- 7) Оценка эффективности стратегий.
- 8) Определение минимума, максимума, супремума, инфимума, локального и глобального, строгого и нестрогого экстремумов.
- 9) Определение выпуклой функции. Критерии выпуклости непрерывно дифференцируемых и дважды непрерывно дифференцируемых функций.
- 10) Экстремальные свойства выпуклых функций.
- 11) Экстремальные свойства линейной функции. Постановка задач линейного программирования. Задачи линейного программирования в стандартной и канонической формах.
- 12) Симплекс-метод решения задач линейного программирования.
- 13) Правило множителей Лагранжа в задаче математического программирования с ограничениями типа равенств и неравенств.
- 14) Метод скорейшего спуска решения задачи на безусловный экстремум. Схема. Теорема о сходимости.
- 15) Условия оптимальности дифференцируемой функции на выпуклом множестве. Схема метода условного градиента.
- 16) Смешанное расширение матричной игры. Сведение задачи поиска ситуаций равновесия в смешанном расширении матричной игры к паре взаимно-двойственных задач линейного программирования.

- 17) Определения оптимальности по Парето и Слейтеру в многокритериальных задачах. Свертки критериев. Использование сверток критериев для поиска оптимальных по Парето и Слейтеру оценок и решений.
- 18) Определение фундаментальной матрицы однородной системы линейных дифференциальных уравнений и решение задачи Коши на ее основе. Теорема о структуре общего решения неоднородной системы ЛДУ.
- 19) Определение устойчивости решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Критерий асимптотической устойчивости линейной системы обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и критерий Рауса – Гурвица.
- 20) Метод Рунге-Кутты численного решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Расчетные формулы метода Рунге-Кутты четвертого порядка.
- 21) Постановка основной задачи оптимального управления. Показать, что задача оптимального управления с интегральным функционалом может быть сведена к задаче Майера. Показать, что задача Майера может быть сведена к задаче с интегральным функционалом.
- 22) Принцип максимума Л. С. Понтрягина в основной задаче оптимального управления. Линеаризованный принцип максимума.
- 23) Постановка линейно-выпуклой задачи оптимального управления. Доказать, что в линейно-выпуклой задаче оптимального управления принцип максимума Л. С. Понтрягина является достаточным условием оптимальности (формулу приращения целевого функционала для двух произвольных управляемых процессов считать известной).
- 24) Вывод формулы градиента целевого функционала в основной задаче оптимального управления.
- 25) Условия применимости метода динамического программирования. Принцип Беллмана в динамическом программировании. Разностная аппроксимация задачи оптимального управления: функция, уравнение и вычислительная схема Беллмана.
- 26) Определение управляемости системы управления. Критерий управляемости линейных стационарных систем.
- 27) Определение наблюдаемости системы управления. Критерий наблюдаемости линейных стационарных систем.
- 28) Схема последовательных независимых испытаний и формула Бернулли. Предельные теоремы схемы Бернулли: теорема Пуассона, локальная и интегральная теоремы Муавра – Лапласа.
- 29) Определения и основные свойства функции и плотности распределения. Основные числовые характеристики непрерывных случайных величин и их свойства.
- 30) Нормальный закон распределения вероятностей. Функции плотности вероятности, ее свойства и графическая иллюстрация. Правило «трех сигм».
- 31) Случайные процессы и их классификация. Определения и основные свойства математического ожидания, дисперсии и корреляционной функции случайного процесса. Определение марковского случайного процесса.

32) Виды и способы статистического наблюдения.

33) Средняя величина как обобщающий статистический показатель. Основные виды средних величин: средняя арифметическая, средняя гармоническая, средняя геометрическая, средняя квадратическая.

34) Парная корреляция. Расчет парного линейного коэффициента корреляции по данным статистических наблюдений.

35) Метод наименьших квадратов. Вывод формул определения параметров линейной зависимости в методе наименьших квадратов.

**Разработчик:**

заведующий кафедрой вычислительной математики и оптимизации,  
д-р физ.-мат. наук, проф. Аргучинцев А. В.