МИНОБРНАУКИ РОССИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ИГУ»)

Утверждаю
Проректор по учебной работе
_________ А.И. Вокин
«26» 04 __________ 2024 г.

ПРОГРАММА
вступительного испытания для поступающих на обучение по программам подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре

Научная специальность: 1.1.2 Дифференциальные уравнения и математическая физика

Иркутск 2024

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения

1. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
2. Гладкость решения задачи Коши по начальным данным и параметрам, входящим в правые части системы уравнений. Продолжение решения.
3. Общая теория линейных уравнений и систем (область существования решения, фундаментальная матрица Коши, формула Лиувилля—Остроградского, метод вариации постоянных и др.).
4. Автономные системы уравнений. Положения равновесия. Предельные циклы.
5. Устойчивость по Ляпунову. Теорема Ляпунова об устойчивости положения равновесия по первому приближению.
6. Задачи оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина (без доказательства), приложение к задачам быстродействия для линейных систем.
7. Краевая задача для линейного уравнения или системы уравнений. Функция Грина. Представление решения краевой задачи.
8. Задача Штурма—Лиувилля для уравнения второго порядка. Свойства собственных функций.
9. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений с комплексными аргументами. Доказательство теоремы существования и единственности аналитического решения методом мажорант.
10. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. Теорема существования и единственности решения при условиях Каратеодори.
11. Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка. Характеристики. Задача Коши. Теория Гамильтона—Якоби.

2. Уравнения с частными производными

1. Системы уравнений с частными производными типа Ковалевской. Аналитические решения. Теория Коши—Ковалевской.
2. Классификация линейных уравнений второго порядка на плоскости. Характеристики.
3. Задача Коши и начально-краевые задачи для волнового уравнения и методы их решения. Свойства решений (характеристический конус, конечность скорости распространения волн, характер переднего и заднего фронтов волны и др.)

4. Задачи Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, гладкость, теоремы о среднем и др.)
5. Задача Коши и начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, бесконечная скорость распространения, функция источника и др.)
6. Обобщенные функции. Свертка обобщенных функций, преобразование Фурье.
7. Пространства Соболева W_p^m . Теоремы вложения, следы функций из W_p^m на границе области.
8. Обобщенные решения краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка. Задачи на собственные функции и собственные значения.
9. Псевдодифференциальные операторы (определение, основные свойства).
10. Нелинейные гиперболические уравнения. Основные свойства.
11. Монотонные нелинейные эллиптические уравнения. Основные свойства.
12. Монотонные нелинейные параболические уравнения. Основные свойства.

Основная литература

1. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003.
2. Эванс Л.К. Уравнения с частными производными. Новосибирск: Тамара Рожковская, 2003.
3. Свешников А.Г., Боголюбов А.Н., Кравцов В.В. Лекции по математической физике. М.: Изд-во МГУ;Наука, 2004.
4. Агошков В.И., Дубовский П.Б., Шутяев В.П. Методы решения задач математической физики. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002.
5. Егоров А.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.
6. Егоров А.И. Основы теории управления. – М., ФИЗМАТЛИТ, 2004.
7. Матвеев А.С. Оптимальные системы управления: Обыкновенные дифференциальные уравнения. Специальные задачи: учебное пособие / А.С.Матвеев, В.А.Якубович. – СПб.: Изд-во С. Петербургского ун-та, 2003
8. Михлин С.Г. Курс математической физики. С.-Пб.: Лань, 2002.
9. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. С.-Пб.: Лань, 2003.

10. Краснов М.Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: УРСС, 2005.

Дополнительная литература

1. Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. С.-Пб.: Лань, 2003.
2. Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. С.-Пб.: Лань. 2003.
3. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. М.: Наука, 1961 (и последующие издания).
4. Васильева А.Б., Тихонов Н.А. Интегральные уравнения. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.
5. Шубин М.А. Лекции об уравнениях математической физики. М.: МЦНМО, 2003.
6. Фалалеев М.В. Обобщенные функции и действия над ними. Иркутск: Изд-во Иркут. ун-та, 2011.