



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
(ФГБОУ ВО «ИГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**  
Проректор по учебной работе  
Вожин А. И.



15 октября 2022 г.

**ПРОГРАММА**  
вступительного испытания по направлению  
**01.04.02 «Прикладная математика и информатика»**  
направленность (профиль) «Математическое моделирование»

для поступающих на направления магистратуры

**Иркутск 2022**

## **1. Пояснительная записка**

Программа вступительного испытания предназначена для подготовки поступающих к вступительному экзамену в магистратуру Института математики и информационных технологий ФГБОУ ВО «Иркутский государственный университет» по направлению 01.04.02 «Прикладная математика и информатика» на программы «Математическое моделирование» и «Семантические технологии и многоагентные системы».

В программе ВИ отражены основные требования к уровню и содержанию знаний для поступающих. Цель ВИ — дифференцировать абитуриентов по уровню готовности к обучению и мотивации к профессиональной деятельности.

Программа вступительных экзаменов в магистратуру сформирована на основе Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования подготовки бакалавров по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика».

## **2. Структура вступительного испытания**

Экзамен проходит в форме письменного тестирования.

Тест состоит из 20 заданий и делится на две части. Первую часть составляют 12 заданий на выбор одного верного ответа (А, В, С, D) из четырех предложенных. Вторая часть состоит из 8 заданий, каждое требуют ответа в виде целого числа (здесь варианты ответов не предлагаются).

## **3. Система оценивания вступительного испытания**

Проверке подлежат только ответы, которые вносятся в соответствующую таблицу. Каждое верно выполненное задание (из первой и второй части) оценивается в 5 баллов. Для итоговой оценки набранные баллы суммируются. Экзамен сдан, если сумма баллов окажется не ниже 60. Максимально возможная сумма баллов за тест — 100.

#### 4. Продолжительность вступительного испытания

Продолжительность тестирования составляет 100 минут с момента объявления заданий вступительного испытания.

#### 5. Вопросы для подготовки к вступительному испытанию

##### 1. Математический анализ.

- 1.1. Множества. Операции над множествами. Мощность множества. Счетные и несчетные множества.
- 1.2. Понятие предела числовой последовательности и его свойства. Существование предела последовательности (теоремы Коши, Вейерштрасса, Больцано – Вейерштрасса).
- 1.3. Понятие предела функции, непрерывности функции, равномерной непрерывности функции. Основные свойства непрерывных функций (теоремы Коши, Больцано – Коши, Кантора). Замечательные пределы.
- 1.4. Понятия дифференцируемости функции в точке, производной, дифференциала. Правила дифференцирования. Основные теоремы дифференциального исчисления (теоремы Роля, Лагранжа, Коши). Правило Лопиталя, формула Тейлора.
- 1.5. Признаки монотонности функции, точки экстремума, необходимые и достаточные условия экстремума. Выпуклость и точки перегиба.
- 1.6. Понятие интеграла Римана функции одной переменной и его свойства. Критерии интегрируемости Римана и Лебега. Классы функций, интегрируемых по Риману.
- 1.7. Формула Ньютона-Лейбница. Теоремы о среднем для определенного интеграла.
- 1.8. Понятие несобственного интеграла. Признаки сходимости.
- 1.9. Понятия функции ограниченной вариации и интеграла Римана-Стилтьеса, его свойства, условия существования, вычисление.
- 1.10. Понятие непрерывности функции многих переменных и их свойства.
- 1.11. Понятие дифференцируемости функции многих переменных. Условия дифференцируемости. Теоремы о совпадении смешанных частных производных (теоремы Юнга и Шварца). Дифференциал. Производная по направлению.
- 1.12. Понятие экстремума функции многих переменных. Необходимое и достаточное условия экстремума.
- 1.13. Теорема о неявных функциях.
- 1.14. Понятие условного экстремума функции многих переменных. Метод множителей Лагранжа.
- 1.15. Понятие сходимости числового ряда. Признаки сходимости числовых рядов.
- 1.16. Понятие функциональной последовательности и функционального ряда. Поточечная и равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов. Признаки сходимости. Свойства равномерно

- сходящихся функциональных последовательностей и рядов.
- 1.17. Понятие несобственного интеграла, зависящего от параметра. Равномерная сходимость. Признаки равномерной сходимости. Свойства равномерно сходящихся несобственных интегралов, зависящих от параметра. Эйлеровы интегралы.
  - 1.18. Ряды Фурье. Условия представимости функции рядом Фурье.
  - 1.19. Понятие двойного интеграла, его свойства, условия существования.
  - 1.20. Понятия криволинейных интегралов первого и второго рода, поверхностных интегралов первого и второго рода, их свойства, формула вычисления.
  - 1.21. Формулы Грина, Гаусса-Остроградского, Стокса.
2. *Функциональный анализ. Теория функций комплексного переменного.*
    - 2.1. Понятие метрического пространства. Примеры. Полнота метрического пространства. Принцип сжимающих отображений.
    - 2.2. Понятия нормированного пространства и пространства со скалярным произведением. Банаховы и гильбертовы пространства. Примеры.
    - 2.3. Понятие линейного ограниченного оператора. Связь свойств ограниченности и непрерывности линейных операторов. Понятие обратного оператора.
    - 2.4. Комплексные числа. Операции над комплексными числами. Формы представления комплексного числа.
    - 2.5. Дифференцируемость функции комплексного переменного. Гармонические функции. Теорема Коши. Интеграл типа Коши.
    - 2.6. Ряд Лорана. Особые точки. Вычеты.
    - 2.7. Приложения теории вычетов. Вычисление несобственных интегралов.
    - 2.8. Конформные отображения. Геометрический смысл производной. Конформные отображения элементарными функциями.
  3. *Дифференциальные уравнения.*
    - 3.1. Дифференциальные уравнения первого порядка. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши.
    - 3.2. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка. Линейное однородное уравнение. Линейная зависимость и независимость функций. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского.
    - 3.3. Методы интегрирования линейных дифференциальных уравнений  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.
    - 3.4. Системы дифференциальных уравнений. Основные понятия и определения. Интегрирование однородных линейных систем с постоянными коэффициентами. Метод исключения. Метод Эйлера.
    - 3.5. Уравнения с частными производными. Основные понятия и определения. Классификация уравнений и систем уравнений с частными производными.
  4. *Линейная алгебра и аналитическая геометрия*
    - 4.1. Матрица, определитель матрицы, обратная матрица, ранг матрицы
    - 4.2. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений
    - 4.3. Прямая и плоскость.
    - 4.4. Векторы. Операции над векторами. Линейная независимость векторов.

5. Теория вероятностей и математическая статистика

- 5.1. Случайные события. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Условные вероятности. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Независимость событий. Схема Бернулли.
- 5.2. Случайные величины, их виды и основные характеристики. Функция распределения вероятностей случайной величины. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины. Основные виды распределений (равномерное, нормальное показательное). Закон больших чисел.
- 5.3. Выборочный метод. Статистические оценки параметров распределения. Элементы теории корреляции. Метод наименьших квадратов. Статистическая проверка гипотез.

**6. Образец фонда оценочных средств**

*Часть I*

В заданиях 1-12 укажите один вариант ответа. В таблицу впишите соответствующую ему букву.

1. Даны множества  $A = \{x \in R^1: x^2 - x \leq 0\}$ ,  $B = \{x \in R^1: x^2 + x \leq 0\}$ . Тогда множество  $A \setminus B$  равно
- A.  $[0,1]$
  - B.  $\emptyset$
  - C.  $(0,1]$
  - D.  $(-1,1)$
2. Не является счетным
- A. множество иррациональных чисел
  - B. множество рациональных чисел
  - C. множество целых чисел
  - D. множество простых чисел
3. Значение выражения  $a/b$ , где  $a = 1 - i$ ,  $b = 1 + i$  равно
- A.  $-i$
  - B.  $2 - 2i$
  - C.  $\sqrt{2} + \sqrt{2}i$
  - D.  $2i$
4. Предел  $\lim_{x \rightarrow -3} (4x + 12)/(x^2 + 2x - 3)$  равен
- A. 0
  - B.  $\infty$
  - C.  $-1$
  - D. 2
5. Производная функции  $y = \sin \sin \sin x$  равна
- A.  $\cos \cos \cos x$
  - B.  $\cos \sin \sin x \cdot \cos \sin x \cdot \cos x$

- C.  $\cos^3 x \cdot \sin^2 x$   
 D.  $\cos \sin \sin x$
6. Касательная к графику функции  $y = \operatorname{tg} x$  в точке  $x = 0$  образует с положительным направлением оси  $OX$  угол
- A. 0  
 B.  $60^\circ$   
 C.  $15^\circ$   
 D.  $45^\circ$
7. Частная производная  $\partial/\partial y$  функции трех переменных  $u = 1/(1 + x^2 - y^2 - \cos z)$  равна
- A.  $-1/(1 + x^2 - y^2 - \cos z)^2$   
 B.  $2y/(1 + x^2 - y^2 - \cos z)^2$   
 C.  $2y/(2x - 2y - \sin z)$   
 D.  $1/(1 + x^2 - 2y - \cos z)$
8. Полный дифференциал  $dz$  функции двух переменных  $z = y^2 \sin x$  равен
- A.  $2y \cos x \sin x dx dy$   
 B.  $y^2 \cos x dx + 2y \sin x dy$   
 C.  $\cos x dx + 2y dy$   
 D.  $y^2 dx + \sin x dy$
9. Неопределенный интеграл  $\int 2x/(x^2 + 1) dx$  равен
- A.  $2x \ln(x^2 + 1)$   
 B.  $1/(x^2 + 1)^2$   
 C.  $4x^2/(x^2 + 1)$   
 D.  $\ln(x^2 + 1)$
10. Определенный интеграл  $\int_1^e \ln x dx$  равен
- A.  $\ln(e - 1)$   
 B. 1  
 C.  $e^2$   
 D.  $e^{-1}$
11. Все решения дифференциального уравнения  $y' - y = 1$  даются формулой
- A.  $y = Ce^x - 1$   
 B.  $y = e^{-x} + C$   
 C.  $xy = C$   
 D.  $y = C_1x + C_2$
12. Частным решением линейного дифференциального уравнения  $y'' + 2y' + y = 4e^x$  является функция
- A.  $y = e^x$   
 B.  $y = e^2$   
 C.  $y = \sin x$   
 D.  $y = e^{x+1}$

## Часть II

В задачах 13-20 ответом является целое число. Впишите его в таблицу ответов.

13. Найти след матрицы  $A^{-1}$ , где  $A$  — матрица коэффициентов системы

$$\begin{cases} -x + 3y + 4z = 2, \\ -2x + 5y + 3z = -2, \\ -y - 6z = 1. \end{cases}$$

14. Найти локальный минимум функции  $z = x^2 + y^2 - xy - 2x + y$ .

15. Найти  $e^{-1}y(1)$ , если  $y(x)$  — решение задачи Коши

$$\begin{cases} y' - \frac{2}{x+1}y = e^x(x+1)^2, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

16. Найти значение выражения  $\operatorname{Re}(a^2 + 3ab + b^2 + |a - b|)$ , где  $a$  и  $b$  корни уравнения

$$x^2 - 6x + 13 = 0.$$

17. Определить количество неподвижных точек отображения  $f: \mathbb{R}^1 \rightarrow \mathbb{R}^1$ , если

$$f(t) = t^5 + t^4 - 1.$$

18. Найти производную функции  $f$  по направлению вектора  $l$  в точке  $M$ , если

$$f = x \sin(x + y), \quad l = (-1; 0), \quad M(\pi/4; \pi/4).$$

19. Дискретная случайная величина  $X$  задана рядом распределения. Найти математическое ожидание данной случайной величины

<b>X</b>	0	2	6	8	13
<b>P</b>	0,1	0,5	0,1	0,1	0,2

20. В таблице приведены результаты серии из трех наблюдений значений величин  $x$  и  $y$ . Предполагая, что эти величины связаны линейной зависимостью  $y = ax + b$ , вычислить коэффициент  $a$ , воспользовавшись методом наименьших квадратов

$x_i$	0	1	2
$y_i$	-2	0	8

## 7. Ключ к образцу фонда оценочных средств

Часть I												Часть II							
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
С	А	А	С	В	Д	В	В	Д	В	А	А	20	-1	4	53	2	-1	5	5

## 8. Рекомендуемая литература

1. Вентцель, Е. С. Теория вероятностей: учеб. для вузов / Е. С. Вентцель. – 5-е изд., стер. – М.: Высш. школа, 1998. – 576 с.

2. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов / В. Е. Гмурман. – 12-е изд. – М.: Юрайт, 2022. – 479 с. – Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/488573>.
3. Евграфов, М.А. Аналитические функции. / М.А. Евграфов. – СПб.: Лань., 448 с.
4. Ильин, В.А. Математический анализ: в 2т. / В.А. Ильин, В.А. Садовничий, Б.Х. Сендов. – М.: ИД Юрайт., 2013. – Т. 1. – 660 с.
5. Ильин, В.А. Математический анализ: в 2 т. / В.А. Ильин, В.А. Садовничий, Б.Х. Сендов. – М.: ИД Юрайт., 2013. – Т.2. – 357 с.
6. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра – М.: Наука, 1999.
7. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия – М.: Наука, 1999.
8. Канторович, Л.В. Функциональный анализ. / Л.В. Канторович, Г.П. Акилов. – М.: ВНУ., 2004. – 816 с.
9. Кудрявцев, Л.Д. Курс математического анализа: в 3 т. Том 1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. / Л.Д. Кудрявцев. – М.: Дрофа., 2008. – 704 с.
10. Кудрявцев, Л.Д. Курс математического анализа: в 3 т. Том 2. Ряды. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. / Л.Д. Кудрявцев. – М.: Дрофа., 2004. – 720 с.
11. Кудрявцев, Л.Д. Курс математического анализа: в 3 т. Том 3. Гармонический анализ. Элементы функционального анализа. / Л.Д. Кудрявцев. – М.: Дрофа., 2004. – 720 с.
12. Матвеев, Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. / Н.М. Матвеев – СПб.: Лань., 2003. – 832с.
13. Привалов, И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. / И.И. Привалов. – СПб.: Лань., 2009. – 432 с.
14. Тихонов, А.Н. Уравнения математической физики. / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. – М.: Изд-во МГУ., 1999. – 798с.
15. Треногин, В.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения. / В.А. Треногин – М.: ФИЗМАТЛИТ., 2009. – 312с.
16. Треногин, В.А. Функциональный анализ. / В.А. Треногин. – М.: ФИЗМАТЛИТ., 2007. – 488 с.
17. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа: в 2 т. / Г.М. Фихтенгольц. – СПб.: Лань., 2004. – Т. 1 – 446 с.
18. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа: в 2 т. / Г.М. Фихтенгольц. – СПб.: Лань., 2004. – Т.2 – 464 с.
19. Шабунин, М.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. / М.И. Шабунин, Е.С. Половинкин, М.И. Карлов. – М.: Бином., 2012. – 362 с.

## 9. Программное обеспечение и Интернет-ресурсы

Не предусмотрены данной программой.



## **10. Разработчики программы вступительного испытания**

1. Фалалеев М. В., профессор кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений ИМИТ ИГУ, доктор физико-математических наук,

2. Леонтьев Р. Ю., доцент кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений ИМИТ ИГУ, кандидат физико-математических наук.

*Данная программа соответствует методическим рекомендациями «О порядке разработки и требованиях к структуре, содержанию и оформлению программ вступительных испытаний», утвержденные ректором от 21.11.2022 г.*